

文章编号 1004-924X(2009)02-0314-07

振动对光学成像系统传递函数影响的分析

耿文豹^{1,2}, 翟林培¹, 丁亚林¹

(1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033;
2. 中国科学院 研究生院, 北京 100039)

摘要:为了使光学机械结构设计满足成像系统的要求,对机械振动对光学调制传递函数(MTF)的影响做了分析。从光学成像系统物像相对振动的形式入手,基于刀口理论(线扩展函数),用 MTF 作为评价函数,针对各种振动形式对图像分辨率的影响进行量化分析,并分析各种参数对 MTF 的影响,为光学机械的强度、刚度、和精度设计提供了理论基础。结合工程实际,提出减小振动对成像质量影响的具体措施;通过对某成像设备中振动对 MTF 影响的分析,计算出其动态分辨率为 22 lp/mm,与实际拍摄结果较为接近;说明了该分析的正确性及其可用性。

关键词:成像系统;机械振动;光学调制传递函数(MTF);图像分辨率;量化分析

中图分类号: TP73 **文献标识码:** A

Analysis of influence of vibration on transfer function in optics imaging system

GEN G Wen-bao^{1,2}, ZHAI Lin-pei¹, DING Ya-lin¹

(1. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China; 2. Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

Abstract: In order to make the Opt-Mec design meet the requirements of imaging systems, the impact of mechanical vibration on the Modulation Transfer Function (MTF) is analyzed. By considering the form of optical imaging system to vibration and taking the MTF as an evaluation function, this paper quantitatively analyzes the impacts of various forms of mechanical vibration on image resolution and discusses the influence of each kind of parameter on the MTF based on the knife-edge theory (Line Spread Function, LSF). These analyses provide theory basis for the intensity, rigidity and the precision design of optics machinery. Combining engineering practice, several kinds of schemes are proposed to reduce the impact of vibration on the imaging quality. Through the MTF analysis for a imaging equipment, the dynamic resolution of 22 lp/mm for a imaging equipment is obtained, which is close to the actual photograph result. The results indicate that the analysis is correct and usable.

Key words: imaging system; mechanical vibration; Optical Modulation Transfer Function (MTF); image resolution; quantitative analysis

收稿日期: 2008-03-31; 修订日期: 2008-06-30.

基金项目: 国家 863 高技术研究发展计划资助项目 (No. 2007AA701203)

1 引言

随着遥感技术的发展,遥感仪器向着更高分辨率和更大覆盖宽度的方向发展,但在各种机载或者车载光学遥感成像系统中,一方面由于其工作环境中存在着大带宽、频率密集的振动,载机的振动会通过平台传递到光学系统上,造成光学系统振动;另一方面,由于成像系统经常通过机械传动来扩大成像范围、实现目标跟踪、像移补偿等功能^[1-3],机械部件的装配误差和传动误差会造成光学设备振动。各种振动的存在会影响成像系统的动态分辨率,因此,研究不同振动形式对成像质量的影响,并对其进行量化分析,确定振幅和振动频率对光学传递函数的影响,对光学机械的设计和确定成像系统工作环境都具有重要的意义。

关于振动对光学成像系统的影响,O. Hadar 等人做了大量的研究和试验^[4-7],但只限于在横向振动理论上的推导,更多的应用在图像恢复等领域,而没有将其应用到具体的光学机械设计的工程领域。本文首先从振动的形式进行分析,将振动方式从宏观上分为纵向振动和横向振动,进而分析各自对光学传递函数的调制作用,将其对光学传递函数的影响量化,分析各种振动参数对调制作用的影响,并提出相应的减小振动的原理与措施。

2 振动形式分析

物像和焦平面传感器之间发生的相对运动是光学系统振动的具体表现。常见的振动形式有沿光轴方向的振动、垂直于光轴方向的振动和角振动,在图 1 中分别表示为 Z 向、X 向或 Y 向及绕任一坐标轴的振动。沿光轴方向的振动称之为纵

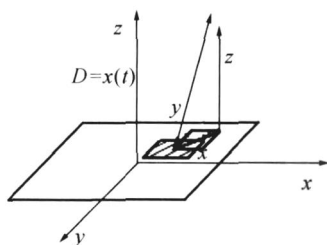


图 1 振动形式示意图

Fig. 1 Schematic diagram of vibration

向振动,垂直于光轴方向的振动称之为横向振动(X 向或 Y 向)。

对于像面上任一区域(如 CCD 的任一像元),在曝光时间内的振动可以通过分解视为沿各个坐标轴振动的合成,如图 1 所示,即物像相对于焦面传感器的任一振动,宏观上都可视作纵向振动和横向振动的合成,故文章只从纵向和横向两个方面分析振动的调制传递函数。

3 纵向振动的 MTF 分析

纵向振动会造成成像系统离焦,如图 2 所示。图中 L 为入瞳直径, f 为光学系统的焦距, D =

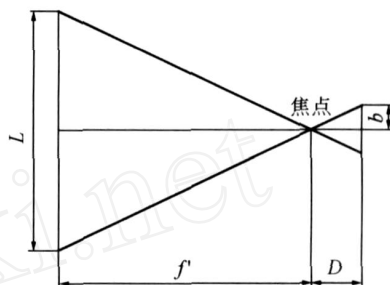


图 2 离焦示意图

Fig. 2 Diagram of defocus

$x(t)$ 为纵向振动所带来的离焦量。系统成像时,平行光经物镜后汇聚于焦点上。发生纵向振动时,像点在像平面上扩散为一圆盘状,其半径为:

$$b = \frac{D}{2F} \tag{1}$$

用以描述系统成像后扩散程度的线扩散函数 LSF 在数学上表示为圆函数:

$$\text{circ}\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{b}\right) = \begin{cases} 1 & 0 \leq \sqrt{x^2 + y^2} \leq b \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{2}$$

基于刀口法测试光学传递函数的原理,调制传递函数 MTF 为 LSF 傅里叶变换的模,表示为

$$G(f_x, f_y) = \left| \iint \text{circ}\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{b}\right) \exp[-i2(f_x x + f_y y)] dx dy \right| \tag{3}$$

将式(3)用极坐标形式表示,利用贝塞尔等式

$$J_0(x) = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \exp(-i \cos \theta) d\theta \tag{4}$$

一化处理,可得:

$$\text{MTF}(f) = \frac{J_1(2bf)}{bf} = 2 \frac{J_1(2bf)}{2bf} \tag{4}$$

结合式(1)可得：

$$MTF(f) = 2 \frac{J_1\left(\frac{Df}{F}\right)}{\frac{Df}{F}} \quad (5)$$

式中： $J_1\left(\frac{Df}{F}\right)$ 为一阶贝塞尔函数， f 为空间频率，区别于成像系统焦距 f 。

从信息传递的角度出发，对于某一空间频率 f (f 小于截止频率) 来说，光学传递函数是用于表征物像能量传递的函数。物像和焦面传感器之间的纵向振动导致光学调制传递函数随时间变化而变化，对这种由于振动而导致传递函数时变的光学成像设备，传递函数只能表征某时刻、针对某一空间频率的物像能量传递关系。光学成像设备的曝光过程为能量累积的过程，所以可以用在曝光时间 t_e 内的平均调制传递函数来表征纵向振动对光学成像设备传递函数的影响。下面分别对常见的几种振动形式进行分析。

3.1 线性纵向振动

线性纵向振动导致的离焦量可以表示为：

$$D = x(t) = vt, \quad (6)$$

式中 v 为振动速度，将式(6)代入式(5)可得：

$$MTF(f) = 2 \frac{J_1(vtf/F)}{vtf/F} \quad (7)$$

则在曝光时间 t_e 内的平均调制传递函数可以表示为：

$$\overline{MTF(f)} = \frac{2}{t_e} \int_0^{t_e} \frac{J_1(vtf/F)}{vtf/F} dt \quad (8)$$

上式积分比较困难，应用数值积分方法对其进行处理，则式(8)可以表示为：

$$\overline{MTF(f)} = \frac{2}{t_e} \sum_{i=1}^N \left[\frac{J_1(v t_i f / F)}{v t_i f / F} \times (t_{i+1} - t_i) \right] \quad (9)$$

图 3 为线性振动速度为 3 mm/s、曝光时间为 0.05 s 的纵向线振动的调制传递函数，与离焦量分别为 0.06 mm 和 0.09 mm 的离焦调制传递函数对比可以看出：纵向线振动带来的传递函数下降在低频区域下降较快，在高频区域下降平缓，对光学系统影响较大，需要在设计时采取高刚度的光机结构或者在保证像面照度的情况下，减小曝光时间，来减小纵向线振动或近似纵向线振动对成像设备的影响。

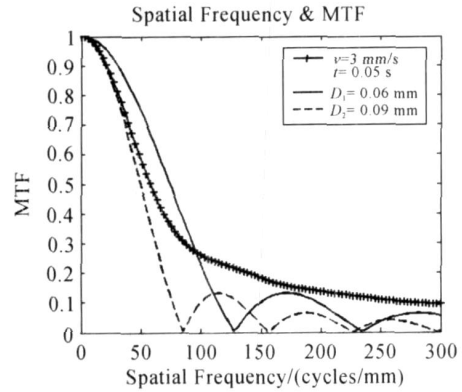


图 3 线性纵向振动 vs MTF

Fig. 3 Linear longitudinal vibration vs MTF

3.2 高频正弦纵向振动

正弦纵向振动的振动方程可以表示为：

$$x(t) = D \cos(\omega t), \quad \omega = \frac{2\pi}{T_0} \quad (10)$$

所谓高频振动是指振动周期 T_0 光学曝光时间 t_e 的振动。将式(10)代入式(5)可得瞬时调制传递函数为：

$$MTF(f) = \frac{2}{t_e} \int_0^{t_e} \frac{J_1(D \cos(\omega t) f / F)}{D \cos(\omega t) f / F} dt \quad (11)$$

式(11)的数值积分表达式为：

$$\overline{MTF(f)} = \frac{2}{t_e} \sum_{i=1}^N \left[\frac{J_1(D \cos(\omega t_i) f / F)}{D \cos(\omega t_i) f / F} \times (t_{i+1} - t_i) \right] \quad (12)$$

图 4 为不同频率和振幅的高频纵向振动的调制传递函数的数值模拟图，从图中可以看出对于高频纵向振动来说，振动频率对调制传递函数

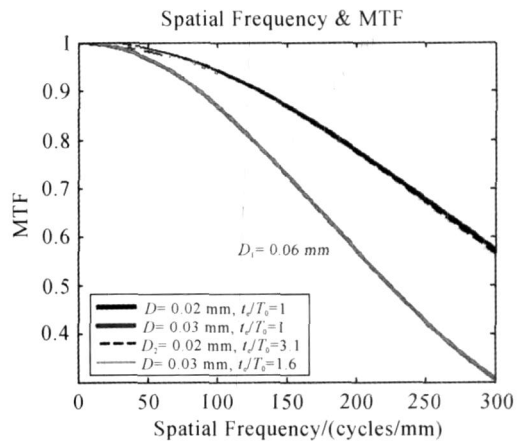


图 4 高频正弦纵向振动振幅 vs MTF

Fig. 4 Longitudinal vibration of high frequency amplitude vs MTF

数的影响较小,而振幅的大小对调制传递函数的影响较大,振幅越大调制传递函数下降越快,也将造成更大的图像退化。通常认为,载机振动是高频振动的主要来源,一般需要采取隔振和消振设计,以减小高频振动对成像设备的影响。

3.3 低频正弦纵向振动

低频正弦振动的方程同样可表示为(10)式,但其振动周期 $T_0 >$ 光学曝光时间 t_e ,所以称为低频振动。低频纵向振动对光学系统的调制特性较为复杂,其调制传递函数会随着曝光开始时间和曝光时间的不同而不同,导致了时间积分效应的随机变化。在工程上,为了在任何时刻开始曝光都能获得理想的图像,一般只需保证其振幅在允许范围内即可。

4 横向振动的 MTF 分析

横向振动有多种方式,常见的振动形式有:线性振动、高频正弦振动、低频正弦振动和随机振动。由于不同的振动方式会造成系统成像后像点的弥散形式不同,所以需要分别进行分析。

4.1 线性横向振动

在没有振动的情况下,设像面的亮度分布为:

$$i(x) = B_0 + B_m \cos 2fx, \quad (13)$$

式中 B_0 为平均亮度, B_m 为亮度起伏, x 为沿横向的空间坐标, f 为空间频率。像面调制度的定义为:

$$MC_0 = \frac{B_m}{B_0}. \quad (14)$$

线性横向振动就是物像和焦面传感器之间沿横向的空间坐标随时间发生改变,表示为:

$$x(t) = x_0 + vt, \quad (15)$$

则像面上的亮度分布将与时间 t 和速度 v 相互关联。在曝光时间间隔 t_e 内,像面的平均亮度分布可以表示为:

$$\overline{i(x,t)} = \frac{1}{t_e} \int_0^{t_e} [B_0 + B_m \cos 2f(x_0 + vt)] dt = B_0 + B_m \frac{\sin(fvt_e)}{fvt_e} \cos 2f(x_0 + \frac{vt_e}{2}). \quad (16)$$

从式(16)可以看出,发生线性横向振动时像面上的亮度分布与原亮度分布形式相同,只有振幅和相位发生了一定的变化。此时的像面调制度变为:

$$MCL_v = \frac{B_m \sin(fvt_e)}{B_0 fvt_e}, \quad (17)$$

则有线性横向振动对成像系统的调制传递函数为:

$$MTFL_v = \frac{MC_0}{MCL_v} = \frac{\sin(fvt_e)}{fvt_e}. \quad (18)$$

图 5 为在不同的空间频率下,不同的 $v t_e$ 对调制传递函数的影响。从图中可以看出 $v t_e$ 越大,空间频率图像退化越快,越影响成像系统的分辨能力。所以一般情况下,一方面,车载或者机载成像设备都要设计相应的机械装置(如扫描反射镜)或通过电子设备(如 TDICCD 的延时积分功能)来补偿载机运动带来的像移^[2-3];另一方面就是在保证有足够的像面照度的情况下,尽量缩短曝光时间来降低线性位移对成像质量的影响。

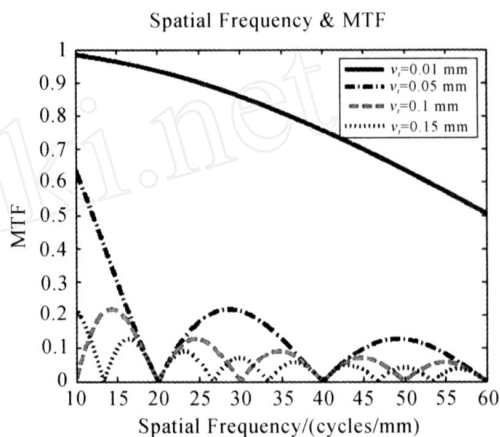


图 5 线性横向振动 vs MTF

Fig. 5 Linear lateral vibration vs MTF

3.2 高频正弦横向振动

正弦横向振动对成像系统的影响比较复杂,当曝光时间 $t_e = T_0$ (正弦振动周期)时,称之为高频振动。设振动方程为: $x(t) = D \cos(\omega t)$, $\omega = \frac{2\pi}{T_0}$,图 6 为振动方程示意图。

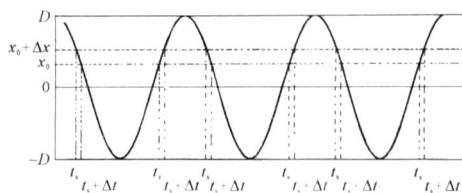


图 6 高频正弦横向振动示意图

Fig. 6 Diagram of high frequency lateral sinusoidal vibration

根据光学传递函数的刀口法测量原理,应用振动导致的像面 LSF 来计算 MTF, LSF 用以描述系统成像后线的弥散程度,反映了系统的分辨率特性。在横向振动过程中, LSF 为振动方程 $x(t)$ 的概率密度函数^[4-6]。所以 LSF 可表示为:

$$LSF = f_x(x) = \frac{dF_x(x)}{dx} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{F_x(x+x) - F_x(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{P\{x < X < x+x\} - P\{-x < X < 0\}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{P\{x < X < x+x\}}{x} \quad (19)$$

将 $P\{x < X < x+x\}$ 用 x 的自变量 t 来表示,从图 6 中可以看出 $P\{x < X < x+x\}$ 对应多个 $P\{t < T < t+t\}$ 。为了计算简单,假设 $t_e = nT_0$ (n 为整数), 在一个 T_0 周期内, $P\{x < X < x+x\} = 2P\{t < T < t+t\}$, 则在 n 个 T_0 周期内, 可以表示为:

$$P\{x < X < x+x\} = 2nP\{t < T < t+t\} \quad (20)$$

将式(20)代入式(19), 则有:

$$LSF = 2n \lim_{t \rightarrow 0} \frac{P\{t < T < t+t\}}{t} \times \frac{t}{x} = 2nf_T(t) \times x(t) \quad (21)$$

变量 T 在 $[0, nT_0]$ 内服从均匀分布, 则有 $f_T(t) = 1/nT_0$, 代入式(21), 并计算 $x(t)$ 可以得:

$$LSF = \frac{1}{\sqrt{D^2 - x^2}}, |x| < D \quad (22)$$

调制传递函数 MTF 为线扩展函数 LSF 傅里叶变换的模, 则高频正弦横向振动对成像系统 MTF 的影响可以表示为:

$$MTF(f) = \left| \int_{-D}^D \frac{\exp(-2i f x)}{\sqrt{D^2 - x^2}} dx \right| \quad (23)$$

设 $x = D \cos \theta$ 并利用贝塞尔等式:

$$J_0(x) = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \exp(-i x \cos \theta) d\theta \quad \text{可以将式(23)化简, 即:}$$

$$MTF(f) = |J_0(2 f D)| \quad (24)$$

式中 f 为空间频率, D 为正弦振动幅值。

图 7 为在不同的空间频率下, 不同的 D 对 MTF 的影响。从图中可以看出振幅 D 越大, 导致的图像退化将越剧烈。载机振动是成像设备高频振动的主要来源, 所以一般采用减小振源强度、隔振、消振等措施来减小高频振动对成像设备的影响, 保证成像质量。

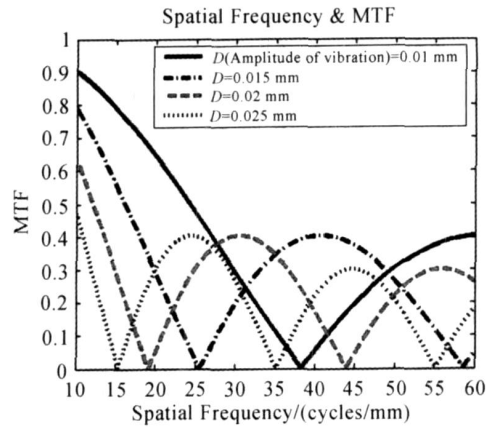


图 7 高频正弦横向振动振幅 vs MTF

Fig. 7 Lateral vibration of high frequency amplitude vs MTF

4.3 低频正弦横向振动

机械结构发生横向正弦振动时, 当曝光时间 $t_e < T_0$ (正弦振动周期) 时, 称为低频正弦振动。

设振动方程为: $x(t) = D \cos(\omega t)$, $\omega = \frac{2\pi}{T_0}$, 图 8 为振动方程示意图。

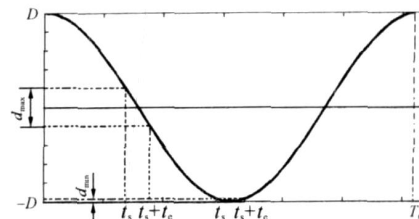


图 8 低频正弦横向振动示意图

Fig. 8 Diagram of low frequency lateral sinusoidal vibration

从图中可以看出, 低频振动导致的像模糊是一个随机的过程, 伴随着开始曝光时刻 t_s 、曝光时间 t_e 的变化而变化。在这个问题上, O. Hadar 等人做了大量的研究和试验, 并对其做了数值模拟^[6-8]。但是, 从光学机械设计的实际工程应用出发, 为了在任何时刻开始曝光都能获得清晰的图像, 只要保证在低频正弦振动导致像模糊程度最大时的成像质量即可。从图 8 可以看出, 当曝光时间 t_e 均布于 $x(t) = 0$ 的两侧时, 造成的像模糊最大, 此时 $t_s = \frac{T_0}{4} - \frac{t_e}{2}$ 。LSF 可通过 4.2 的方式计算, 其 LSF 为^[8-9]:

$$LSF = \frac{1}{\sqrt{D^2 - x^2}}, x(\frac{T_0}{4} - \frac{t_e}{2}) < x < x(\frac{T_0}{4} + \frac{t_e}{2}). \tag{25}$$

对式(25)进行傅里叶变化:

$$MTF(f) = \left| \int_{x(\frac{T_0}{4} - \frac{t_e}{2})}^{x(\frac{T_0}{4} + \frac{t_e}{2})} \frac{\exp(-i2\pi fx)}{\sqrt{D^2 - x^2}} dx \right|. \tag{26}$$

将 $x(t) = D\cos(\omega t)$ 代入(19)式,

$$MTF(f) = \left| \int_{-\frac{T_0}{4} - \frac{t_e}{2}}^{-\frac{T_0}{4} + \frac{t_e}{2}} \exp(-i2\pi fD\cos(\omega t)) dt \right| = \left| \int_{-\frac{T_0}{4} - \frac{t_e}{2}}^{-\frac{T_0}{4} + \frac{t_e}{2}} [\cos(2\pi fD\cos(\omega t)) - i\sin(2\pi fD\cos(\omega t))] dt \right|. \tag{27}$$

利用三角公式有: $\cos(\omega t) = \sin(\frac{\pi}{2} - \omega t)$,

在区间 $[\frac{T_0}{4} - \frac{t_e}{2}, \frac{T_0}{4} + \frac{t_e}{2}]$ 中,当 t_e 很小时就有:

$$\sin(\frac{\pi}{2} - \omega t) \approx \frac{\pi}{2} - \omega t, \tag{28}$$

将式(28)代入式(27)积分可得:

$$MTF(f) = \frac{1}{2fD} \left| \sin[2\pi fD \frac{t_e}{T_0}] \right|. \tag{29}$$

图 9 为对应不同的 D 和 t_e 的低频正弦振动的情况下,MTF 随着空间频率 f 的变化曲线。机械传动的不同轴误差,及成像设备重心变化等是造成低频正弦振动的主要原因。从图中可以看出减小振幅 D 可以有效地减小低频振动对光学 MTF 的影响;减小曝光时间 t_e 也可以增加有效分辨率,但是在低频段 MTF 有所下降,造成

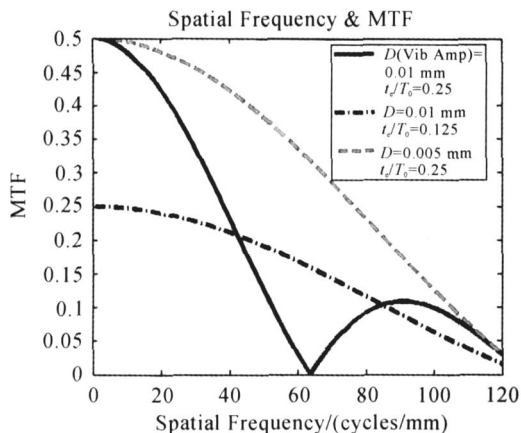


图 9 低频正弦横向振动振幅 vs MTF

Fig. 9 Lateral vibration of low frequency amplitude vs MTF

物像轮廓模糊。

4.4 随机横向振动

对于机载成像设备来说,载机的振动会传递到成像设备上,引起成像设备振动,这一类振动很难用准确的数学方法来表示,只有通过实际测试与分析,应用统计学的方法来研究。在工程问题中,随机振动多是由于激励的随机性造成的。一般认为,物像与焦面探测器之间的随机振动,会造成像点模糊成高斯图样,所以随机振动导致的 LSF 为:

$$LSF = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp(-\frac{x^2}{2}), \tag{30}$$

式中 δ 为振动位移的均方根值。对其进行傅里叶变换有:

$$MTF(f) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2}} \exp(-\frac{x^2}{2} - 2\pi ifx) dx \right| = \exp(-2\pi^2 f^2). \tag{31}$$

图 10 为针对不同的振动位移的均方根值,MTF 随着空间频率 f 的变化曲线。在工程中可以利用振动台仿真成像系统的实际工作环境,测定随机振动造成的物像和焦面传感器之间的振动位移均方根值 δ 来估计随机振动对成像系统的影响。

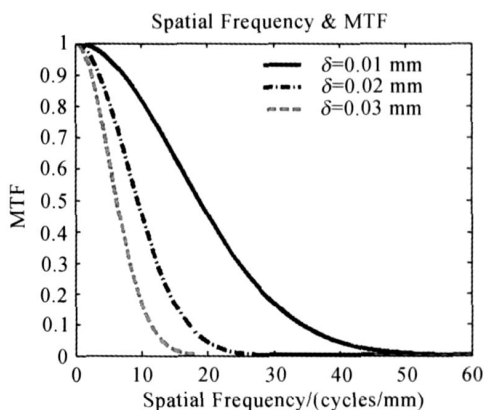


图 10 随机振动位移均方根值 vs MTF

Fig. 10 RMS of random vibration displacement vs MTF

5 结 论

本文重点讨论了机械振动对光学成像系统 MTF 的影响,分别分析了纵向振动、线性横向振动,高频正弦横向振动、低频正弦横向振动、随机

横向振动的光学 MTF,并分析了各种参数对 MTF 的影响,从而给出了减小机械振动对光学成像系统影响的各种工程措施,为实际的光学机械结构的设计提供了理论基础。通过对某一遥感设

备传递函数的计算,在考虑振动影响的情况下,利用 MTF 估计其动态分辨率为 22 lp/mm,与不考虑振动影响的计算值相比,更接近实际拍摄图片的分辨率。

参考文献:

- [1] 翟林培,刘明,修吉宏. 考虑飞机姿态角时倾斜航空相机像移速度计算[J]. 光学 精密工程, 2006, 14(3):490-494.
ZHAIL P, LIU M, XIU J H. Calculation of image motion velocity considering airplane gesture angle in oblique aerial camera [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2006, 14(3):490-494. (in Chinese)
- [2] 许永森,丁亚林,田海英,董斌. 斜视状态下航空遥感器像移的计算与补偿[J]. 光学 精密工程, 2007, 15(11):1779-1783.
XU Y S, DING Y L, TIAN H Y, DONG B. Calculation and compensation for image motion of aerial remote sensor in oblique situation[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2007, 15(11):1779-1783. (in Chinese)
- [3] 张树青,丁亚林,余春风. 凝视模式下的画幅相机两轴像移补偿[J]. 光学 精密工程, 2007, 15(11):1789-1795.
ZHANG SH Q, DING Y L, YU CH F. Attitude compensation of frame aerial camera based on spot mode [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2007, 15(11):1789-1795. (in Chinese)
- [4] HADAR O, FISHER M, KOPEIKA N S. Image resolution limits resulting from mechanical vibrations. part 1: numerical calculation of modulation transfer function [J]. *Opt. Eng.*, 1992, 31(3):581-589.
- [5] HADAR O, DROR I, KOPEIKA N S. Real-time Numerical calculation of Optical Transfer Function for Image motion and vibration. Part1: Experimental verification[J]. *SPIE*, 1992, 1971:412-435.
- [6] HADAR O, DROR I, KOPEIKA N S. Numerical calculation of Optical Transfer Function for Image motion and vibration—a new method [J]. *SPIE*, 1991, 1533:61-74.
- [7] HADAR O, FISHER M, KOPEIKA N S. Numerical calculation of Image motion and vibration modulation transfer function[J]. *SPIE*, 1991, 1482:79-91.
- [8] RUDOLER S, HADAR O, FISHER M, KOPEIKA N S. Image resolution limits resulting from mechanical vibrations. Part2: Experiment [J]. *Opt. Eng.*, 1991, 30(5):577-589.
- [9] 韩昌元. 信息光学基础理论及其应用[M]. 长春: 长春出版社.
HAN CH Y. *Fundamental Theory and Application of Information Optics* [M]. Changchun: Changchun press (in Chinese)

作者简介:



耿文豹(1982 -),男,内蒙古呼和浩特人,博士,主要从事航空相机光机结构设计及其研究。E-mail: gengwenbao@163.com

翟林培(1945 -),男,吉林长春人,工学硕士,研究员,博士生导师,主要从事机械电子与信息处理的研究。E-mail: zxy923101@yahoo.com.cn

丁亚林(1964 -),男,吉林长春人,工学硕士,研究员,博士生导师,主要从事航空相机光学机械设计技术的研究。E-mail: zhai_ciomp@163.com

(本栏目编辑:严 寒)